Kamil Korolkiewicz, grupa U1

Wyznaczanie zer wielomianów metodą stycznych z deflacją czynnikiem liniowym - sprawozdanie

Treść zadania

24. Wyznaczanie wszystkich zer wielomianu metodą stycznych w dziedzinie rzeczywistej. Po wyznaczeniu kolejnego zera należy dokonać deflacji czynnikiem liniowym.

Opis metody

Zadanie dzieli się na następujące pod problemy:

1. Obliczenie wartości wielomianu i jego pierwszej pochodnej w danym punkcie (funkcja WEval)
2. Wyszukanie miejsca zerowego metodą stycznych Newtona (W0_newton)
3. Dzielenie wielomianu przez dwumian (WDiv)
4. Wyznaczenie wszystkich zer (W0)

Szukane rozwiązanie zawarte jest w punkcie 4, który wymaga użycia punktów 2 i 3, natomiast punkt 2 wymaga użycia punktu 1.

Ad 1.
Wartość wielomianu i jego pierwszej pochodnej dla zadanego x obliczamy jednocześnie, wykorzystując schemat Hornera.

Ad 2.
Wyszukujemy dowolne miejsce zerowe metodą stycznych Newtona, zgodnie z formułą

$x := x - \frac{W(x)}{W'(x)}$,gdzie W jest naszym wielomianem

Wartości W(x) i W'(x) obliczamy wykorzystując punkt 1.
Jeżeli W'(x)=0, to przyjmujemy że W'(x):=0.0001 (żeby nie dzielić przez 0)
Warunkiem stopu jest jednoczesne zachodzenie nierówności

$$|W(x)| \le eps$$

oraz

$$\left|\frac{W(x)}{W'(x)}\right| \le eps$$

(ostatni warunek jest zapisany w programie w innej, ale równoważnej postaci).
Ponadto, jeżeli ilość iteracji jest większa od pewnej stałej, to obliczenia zostają zakończone i zwracana jest informacja o braku miejsc zerowych.

Ad 3.
Dzielenie wielomianu przez dwumian opiera się na schemacie Hornera.

Ad 4.
Wyznaczenie wszystkich zer wielomianu opiera się na następującym algorytmie:
Dany mamy wielomian W(x) i punkt startowy x0

1. Znajdź dowolne miejsce zerowe wielomianu W (nazwiemy je x*), zaczynając od punktu startowego x0 (wykorzystując metodę opisaną w punkcie 2). Jeśli nie znajdziemy punktu to zakończ
2. Podziel wielomian W(x) przez dwumian (x-x*): W(x)=(x-x*)*Q(x);
   niech W:=Q
3. Niech x0:=x*; idź do punktu 1

Kolejne zera wielomianu są wyprowadzane na wyjście. Jeżeli wielomian ma zera wielokrotne, to pojawią się one na wyjściu odpowiednią ilość razy.

Działanie programu

Na początku podajemy stopień wielomianu, a następnie współczynniki przy kolejnych potęgach x zaczynając od najwyższej potęgi. Na końcu podajemy punkt startowy dla metody stycznych. Program wywoła wyżej opisany algorytm, wypisując na wyjście miejsca zerowe wielomianu. Następnie zostajemy ponownie poproszeni o podanie stopnia wielomianu. Jeśli chcemy zakończyć, wpisujemy 0.
Możemy także wywołać przykład wpisując w tym momencie #numer_przykładu, gdzie numer_przykładu jest liczbą z przedziału 1-6.
Jako parametr wywołania programu możemy podać wartość eps określającą dokładność obliczeń.

Przykłady
Znajdują się w plikach Przyklad#.txt, gdzie # to numer przykładu.
Wartość eps jest ustawiona domyślnie w programie na 0.0000001.

1.
Dane:
$W(x)=x^2+3\mathrm{x}+2$
Punkt startowy: -1.5

Wyjście:
-1.000000
-2.000000

Komentarz:
Punkt startowy znajduje się w ekstremum (pochodna ma zatem wartość zero).

2.
Dane:
$W(x)=x^7+x^6-x^5-0.2\mathrm{x}^4-0.5\mathrm{x}^3-0.2\mathrm{x}^2+0.2\mathrm{x}+0.05$
Punkt startowy: 3

Wyjście:
0.904082
0.533115

-0.228550
-0.533319
-1.616028

3.
Dane:
$$W(x) = -3.2134545657x^3 - 24.123287621x^2 + 2323.1233341x - 19842112.454543$$
Punkt startowy: -545.3455

Wyjście:
-187.326864

Komentarz:
Szeroki zakres współczynników.

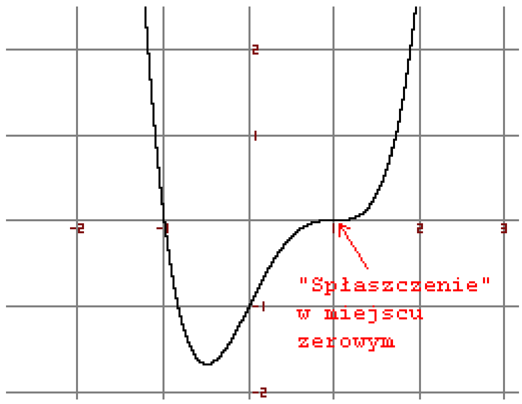
4.
Dane:
$$W(x) = x^4$$
Punkt startowy: 1

Wyjście:
0.000000
0.000000
0.000000
-0.000001

Komentarz:
Drobne niedokładności w ostatnim wyniku ponieważ pierwszy wynik nie jest dokładnie równy zeru i w kolejnych wielomianach uzyskiwanych przez deflację pojawiają się coraz większe błędy.

5.
Dane:
$$W(x) = (x-1)^3 * (x+1) = x^4 - 2x^3 + 2x - 1$$
Punkt startowy: -2

Wyjście:
-1.000000
0.999995
0.999995
1.000010



Komentarz:
Problem podobny jak w poprzednim przykładzie

6.
Dane:
$$W(x) = x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 4$$
Punkt startowy: 0

Wyjście:
Brak miejsc zerowych